

Αριθμητική Ανάλυση και Εφαρμογές

Διδάσκων: Δημήτριος Ι. Φωτιάδης

Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών
Ιωάννινα 2017-2018

Εισαγωγή στην Αριθμητική Ανάλυση

Ιστορική Αναδρομή

- Οι αριθμητικοί υπολογισμοί από την αρχαία εποχή μέχρι τον 17^ο αιώνα εστιάζονταν κυρίως σε υπολογισμούς στην αστρονομία.
- Η εμφάνιση της άλγεβρας στον 16^ο αιώνα είχε ως αποτέλεσμα την ανανέωση της ερευνητικής δραστηριότητας σε όλους των κλάδους των μαθηματικών.
 - 1620: Εμφανίστηκαν πίνακες των συναρτήσεων ημίτονο και συνημίτονο.
 - 1628: Δημιουργήθηκαν πίνακες λογαρίθμων από 1 έως 100000.
- Οι υπολογισμοί σε σειρές άρχισαν να πραγματοποιούνται προς το τέλος του 17^{ου} αιώνα μαζί με την ανάπτυξη της ανάλυσης.
- Η τελειοποίηση των υπολογιστικών μηχανών τα τέλη του 19^{ου} αιώνα έγινε η αιτία για μεγαλύτερη διερεύνηση της **αριθμητικής ανάλυσης**.

Η Έννοια και η Σημασία της Αριθμητικής Ανάλυσης

Αριθμητική ανάλυση: Ανάπτυξη κατάλληλων μεθόδων για τη μετατροπή των διαφόρων μαθηματικών προβλημάτων σε επεξεργάσιμα από έναν υπολογιστή προβλήματα.

Μαθηματικά προβλήματα:

- ❖ επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων
- ❖ προσέγγιση συναρτήσεων
- ❖ παραγωγή
- ❖ ολοκλήρωση
- ❖ επίλυση διαφορικών εξισώσεων
- ❖ βελτιστοποίηση συναρτήσεων

Η Έννοια και η Σημασία της Αριθμητικής Ανάλυσης

*Μια μέθοδος χαρακτηρίζεται ως «κατάλληλη» όταν μας παρέχει με **ακρίβεια** και με **βεβαιότητα** το επιδιωκόμενο αποτέλεσμα με το **μικρότερο** δυνατό **υπολογιστικό κόστος** σε συνδυασμό με το μικρότερο δυνατό **απαιτούμενο χώρο αποθήκευσης ενδιάμεσων αποτελεσμάτων***

Η Έννοια και η Σημασία της Αριθμητικής Ανάλυσης

- Η αριθμητική ανάλυση μπορεί να διακριθεί σε δύο αλληλένδετα μέρη
 - το **θεωρητικό μέρος** που αφορά στη δημιουργία των κατάλληλων μεθόδων και
 - το **πρακτικό ή εφαρμοσμένο μέρος** που αφορά στην υλοποίηση των μεθόδων σε έναν υπολογιστή.
- Η μέθοδος για τον υπολογισμό αριθμητικών αποτελεσμάτων από αριθμητικά δεδομένα αποτελεί τον αλγόριθμο.

Η Έννοια και η Σημασία της Αριθμητικής Ανάλυσης

Γενικά αλγόριθμος θεωρούμε ότι είναι ένα πεπερασμένο πλήθος εντολών:

- τις οποίες εκτελούμε για οποιοδήποτε στοιχείο ενός καθορισμένου συνόλου εισόδου I ,
- οι οποίες πάντα δίνουν αποτελέσματα στο σύνολο εξόδου O για κάθε στοιχείο του συνόλου εισόδου I και
- οι οποίες είναι καθοριστικές, δηλαδή κάθε εντολή έχει μία μοναδική επόμενη εντολή.

Η Έννοια και η Σημασία της Αριθμητικής Ανάλυσης

- Τα **αριθμητικά δεδομένα** ενός προβλήματος αποτελούν τις πληροφορίες **εισόδου** του συνόλου εισόδου I .
- Τα **αριθμητικά αποτελέσματα** αποτελούν τις πληροφορίες **εξόδου** του συνόλου εξόδου O .
- Η **μέθοδος υπολογισμού** ή **αριθμητική μέθοδος** ενός προβλήματος αποτελεί τον αλγόριθμο.

Η Έννοια και η Σημασία της Αριθμητικής Ανάλυσης

- Θεωρητικά ένα αριθμητικό πρόβλημα θεωρείται **λυμένο** με την παράθεση ενός αλγορίθμου που εφαρμοζόμενος δίνει τη λύση του προβλήματος με κάθε επιθυμητή ακρίβεια.
- Στην πράξη χρησιμοποιούνται μόνο αλγόριθμοι που αποτελούνται από πεπερασμένο πλήθος εντολών.

Λογισμικό της Αριθμητικής Ανάλυσης

- Το πρακτικό ή εφαρμοσμένο μέρος της αριθμητικής ανάλυσης αφορά στην υλοποίηση των διαφόρων μεθόδων σε έναν υπολογιστή.
- Έτοιμα προγράμματα
 - Συγγράμματα
 - Διευθύνσεις στο διαδίκτυο
 - <http://netlib.bell-labs.com/netlib/master/readme.html>
 - Βιβλιοθήκες λογισμικού
 - ACM, CMLIB, CERN Library, ESSL, IMLS, NAG, LAPACK